Analysis II

Sommersemester 2014 **Prof. Dr. D. Lenz**

Blatt 1 **Abgabe 17.04.2014**

(1) Zeigen Sie, dass $f : \mathbb{R} \to \mathbb{C}$ konstant ist, falls f hölderstetig mit Exponent $\alpha > 1$ ist. (Zur Erinnerung: Eine Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{C}$ heißt hölderstetig mit Exponent $\beta > 0$, wenn ein $C > 0$ existiert, so dass für alle $x, y \in \mathbb{R}$ mit $|x - y| < 1$ die Ungleichung $|f(x) - f(y)| \leq C|x - y|^\beta$ gilt.)

(2) Die Funktionen f_1 bzw. f_2 seien auf $\mathbb{R}$ definiert durch

$$f_1(x) := \begin{cases} x \sin \frac{1}{x} & \text{für } x \neq 0 \\ 0 & \text{für } x = 0 \end{cases}, \quad f_2(x) := \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x} & \text{für } x \neq 0 \\ 0 & \text{für } x = 0 \end{cases}.$$

Sind f_1 und f_2 differenzierbar bzw. stetig differenzierbar?

(3) Sei $x_0 \in \mathbb{R}$ gegeben. Geben Sie in Abhängigkeit von x_0 reelle Zahlen a und b an, so dass die Funktion

$$f(x) := \begin{cases} x^2 & \text{für } x \leq x_0 \\ ax + b & \text{für } x > x_0 \end{cases}$$

überall differenzierbar wird.

(4) Bestimmen Sie die erste Ableitung der folgenden Funktionen

(a) $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $x \mapsto x^2 e^x$.

(b) $(1, \infty) \to \mathbb{R}$, $x \mapsto \ln(\ln x)$.

(a) $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $x \mapsto \sqrt{e^{x^2+x+1}}$.

(d) $(0, \infty) \setminus \{1\} \to \mathbb{R}$, $x \mapsto \frac{\sqrt{x} \sin x}{\ln x}$.