Höhere Analysis II

Wintersemester 2018/2019 **Prof. Dr. D. Lenz**

Blatt 11 **Abgabe Donnerstag 24.01.2019**

(1) Sei μ ein komplexes Maß auf dem messbaren Raum $(X, \mathcal{A})$. Es gelt $\mu = h\nu$ mit einem positiven Maß ν und einer meßbaren Funktion $h : X \longrightarrow \mathbb{C}$ mit $|h(x)| = 1$ für alle $x \in X$. Zeigen Sie $|\mu| = \nu$.

(2) Sei $(X, \mathcal{A})$ ein meßbarer Raum. Sei $\mathcal{M}(X, \mathcal{A})$ der Vektorraum der komplexen Maße auf $(X, \mathcal{A})$ ausgestattet mit der Variationsnorm $\|\mu\| := |\mu|(X)$. Zeigen Sie, daß $(\mathcal{M}(X, \mathcal{A}), \|\cdot\|)$ vollständig ist.

(3) Sei X ein lokalkompakter Hausdorffraum und $\Lambda : C_0(X) \longrightarrow \mathbb{C}$ eine stetiges lineares Funktional. Zeigen Sie, daß ein komplexes Maß μ auf X existiert mit

$$\Lambda(f) = \int f d\mu$$

für alle $f \in C_0(X)$.

(4) Sei c_b der Vektorraum der beschränkten Funktionen von $\mathbb{N}$ nach $\mathbb{C}$ ausgestattet mit der Supremumsnorm. Zeigen Sie die Existenz ein linearen stetigen $\Phi : c_b \longrightarrow \mathbb{C}$, für das es kein komplexes Maß μ auf $\mathbb{N}$ gibt mit $\Phi(f) = \int f d\mu$ für alle $f \in c_b$.