Analysis II

Sommersemester 2014 **Prof. Dr. D. Lenz**

Blatt 5 **Abgabe 15.05.2014**

(1) Sei $f : [0,1] \to \mathbb{R}$ definiert durch

$$f(x) := \begin{cases} x & \text{für } x \in \mathbb{Q} \cap [0,1], \\ 1-x & \text{für } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} \cap [0,1]. \end{cases}$$

Untersuchen Sie, ob f Riemann-integrierbar ist.

(2) Sei $f : [0,1] \to \mathbb{R}$ definiert durch

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{q} & \text{für } x = \frac{p}{q} \in \mathbb{Q} \cap [0,1], \text{mit } p \in \mathbb{N}_0,\ q \in \mathbb{N} \text{ teilerfremd}, \\ 0 & \text{für } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} \cap [0,1]. \end{cases}$$

Untersuchen Sie, ob f Riemann-integrierbar ist.

(3) Berechnen Sie jeweils eine Stammfunktion.

(a) $[\frac{\pi}{2}, \pi] \to \mathbb{R}$, $x \mapsto \frac{\sin x \cos^3 x}{1+\cos^2 x}$.

(b) $[0, \pi] \to \mathbb{R}$, $x \mapsto (\cos^5 x)\sqrt{\sin x}$.

(c) $[e^{e^1}, 42] \to \mathbb{R}$, $x \mapsto \frac{1}{x \ln x \ln(\ln x)}$.

Hinweis: Finden Sie geeignete Substitutionen.

(4) Sei f eine stetig differenzierbare Funktion auf dem Intervall $[a,b]$ mit $f' > 0$. Bestimmen Sie eine Stammfunktion der Umkehrfunktion f^{-1}.