

Übungsaufgaben zur „Mathematik für Chemiker und Biogeowissenschaftler“

Übungsserie 2: Integration

1. Berechnen Sie die folgenden Integrale.

a) $\int x - x^3 \, dx$

b) $\int (2 + \sqrt{x})^2 \, dx \quad (x > 0)$

c) $\int 2x^2 - 3 \sin x + 5\sqrt{x} \, dx$

d) $\int \frac{x^2 - x + 1}{\sqrt{x}} \, dx \quad (x > 0) \quad (\star)$

e) $\int_0^8 \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} \, dx$

f) $\int \frac{\cos(2x)}{\sin^2 x \cos^2 x} \, dx \quad (x \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z})$

2. Berechnen Sie die folgenden Integrale mit Hilfe partieller Integration.

a) $\int x \sin x \, dx \quad (\star)$

b) $\int_0^1 x^2 e^x \, dx$

c) $\int x^2 \ln x \, dx$

d) $\int_0^{\pi} \sin^2 x \, dx$

3. Berechnen Sie die folgenden Integrale mit Hilfe der Substitutionsmethode.

a) $\int \sqrt{3x^2 + 4} \cdot 6x \, dx$

b) $\int_{\frac{e}{2}}^{\frac{e^2}{2}} \frac{1}{x} \ln^3 x \, dx$

c) $\int \frac{x^2}{\sqrt{x^3 + 1}} \, dx \quad (x > -1) \quad (\star)$

d) $\int \frac{x - 3}{x^2 - 6x + 15} \, dx$

e) $\int \frac{\sin(3x)}{8 + 5 \cos(3x)} \, dx$

f) $\int_0^1 \frac{1}{(1+x)\sqrt{x}} \, dx$

g) $\int \frac{\sqrt{x}}{(\sqrt[4]{x^3} + 1) \sqrt[4]{x^3}} \, dx \quad (x > 0)$

h) $\int \frac{1}{\sqrt{3x^2 + 4}} \, dx$

i) $\int \frac{1}{\sqrt{3 - 4x^2}} \, dx \quad (|x| < \frac{\sqrt{3}}{2})$

Die mit (\star) gekennzeichneten Aufgaben sollten zu Hause bearbeitet und in den Übungen abgegeben werden.