Analysis I

Wintersemester 2016/2017 **Prof. Dr. D. Lenz**

Blatt 4 **Abgabe: 14.11.2016**

(1) Es genüge (N, e, ν) den Peano Axiomen. Sei $+ : N \times N \to N$ die in der Vorlesung definierte Addition auf N. Zeigen Sie, dass $+$ kommutativ ist, das heißt, dass für alle $n, m \in N$ die Gleichung $n + m = m + n$ gilt.

Für die folgenden beiden Aufgaben dürfen Sie die üblichen Rechenregeln der natürlichen Zahlen als bekannt voraussetzen.

(2) Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion, dass für alle $n \in \mathbb{N}$ die Anzahl der Teilmengen einer n-elementigen Menge gleich 2^n ist.

(3) Beweisen Sie, dass für alle $n \in \mathbb{N}$ die Zahl $11^{n+1} + 12^{2n-1}$ durch 133 teilbar ist.

(4) Sei $(K, +, \cdot)$ ein Körper. Für $x \in K$ werde mit $-x$ das bezüglich der Addition zu x inverse Element bezeichnet. Zeigen Sie, dass für $x, y \in K$ die Gleichung

$$(-x) \cdot (-y) = x \cdot y$$

gilt. Geben Sie bei jedem Schritt an, welches Körperaxiom Sie verwenden.