

Gewöhnliche Differentialgleichungen

Blatt 2**Abgabe: Montag 11.05.2015**

(1) Lösen Sie das Anfangswertproblem:

a.) $y' = e^{-y}$ mit $y(1) = 1$.

b.) $y' = \cos^2(y) - 1$ mit $y(\pi) = 2\pi$.

(2) Zeigen Sie, dass $y' = |y|^{2/3}$ mit $y(1) = 0$ unendlich viele Lösungen hat. Skizzieren Sie die Lösungsschar.

(3) Geben Sie die lokale Lösung für folgende Anfangswertprobleme an.

a.) $y' = e^y \cdot \sin(x)$ mit $y(\frac{\pi}{2}) = -2$.

b.) $y' = \frac{e^{-y^2}}{y \cdot (2x+x^2)}$ mit $y(2) = 1$.

(4) Zu $\alpha > 1$ sei das Anfangswertproblem $y' = |y|^\alpha$ mit $y(x_0) = y_0$ gegeben. Geben Sie die Lösungen auf dem größtmöglichen Intervall an. Vergleichen Sie mit dem Fall $\alpha = 1$.

Zusatzaufgabe:

Es sei, für eine stetige Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, die Gleichung $y' = f(y)$ gegeben.

a.) Zeigen Sie, dass jede Lösung monoton ist.

b.) Gegeben sei eine Lösung $\varphi(x)$, für die der Limes $\ell := \lim_{x \rightarrow \infty} \varphi(x)$ existiert. Zeigen Sie, dass dann auch die Funktion $\psi(x) := \ell$ eine Lösung ist.