
Analysis II

Sommersemester 2014

Prof. Dr. D. Lenz

Blatt 2

Abgabe 24.04.2014

- (1) Sei I ein abgeschlossenes Intervall in \mathbb{R} und $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ differenzierbar. Zeigen Sie, dass $f'(I)$ ein Intervall ist.
- (2) Sei I ein beschränktes, abgeschlossenes Intervall in \mathbb{R} und $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ konvex. Untersuchen Sie f auf Stetigkeit.
- (3) Sei $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ stetig, auf $(0, \infty)$ differenzierbar und für $k, K \in \mathbb{R}$ gelte

$$kf \leq f' \leq Kf.$$

Dann folgt für alle $x \geq 0$

$$f(0)e^{kx} \leq f(x) \leq f(0)e^{Kx}.$$

- (4) Seien $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ n -mal differenzierbar. Man beweise

$$(fg)^{(n)} = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} f^{(k)} g^{(n-k)},$$

wobei $h^{(k)} = \frac{d^k}{dx^k} h$ und $h^{(0)} = h$ für eine k -mal differenzierbare Funktion h . Berechne $h^{(1999)}$ für $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $x \mapsto x^3 e^x$.

Zusatzaufgabe: Finden Sie ein Beispiel einer Funktion, die in einem Punkt differenzierbar ist und nirgends sonst stetig.