

# Übungsaufgaben zur „Mathematik für Chemiker und Biogeowissenschaftler“

## Übungsserie 4: Taylorpolynome und Potenzreihen

1. Berechnen Sie für die folgenden Funktionen das Taylorpolynom  $n$ -ten Grades an der Stelle  $x_0$ .

a)  $f(x) = \cos x, \quad n = 4, x_0 = \pi$

b)  $f(x) = \ln(1 + x), \quad n = 3, x_0 = 0$

c)  $f(x) = e^{x^2}, \quad n = 4, x_0 = 0$

d)  $f(x) = \sqrt{x}, \quad n = 3, x_0 = 1$  (★)

2. Berechnen Sie für obige Funktionen die Näherungswerte, die das berechnete Taylorpolynom an der Stelle  $x_1$  liefert. Bestimmen Sie außerdem den maximalen Approximationsfehler auf dem Intervall  $I$ .

a)  $f(x) = \cos x, \quad x_1 = \pi, I = [0, 2\pi]$

b)  $f(x) = \ln(1 + x), \quad x_1 = 1, I = [0, 2]$

c)  $f(x) = e^{x^2}, \quad x_1 = 1, I = [-1, 1]$

d)  $f(x) = \sqrt{x}, \quad x_1 = 0, I = [1, 2]$  (★)

3. Berechnen Sie den Konvergenzradius folgender Potenzreihen.

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n-1}}{n^{n+1}} x^n$

b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+3)^n}{n^2}$  (★)

4. Bestimmen Sie das Konvergenzgebiet folgender Potenzreihen.

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} nx^n$

b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n+1} (x-1)^n$

Die mit (★) gekennzeichneten Aufgaben sollten zu Hause bearbeitet und in den Übungen abgegeben werden.