

## Fragen zur Analysis III

### 1. Kurven

- Was ist eine Kurve und wann heißt eine Kurve rektifizierbar?
- Was gilt für stückweise stetig differenzierbare Kurven? (Beweisskizze)
- Wann heißen zwei Kurven äquivalent und was gilt für die entsprechenden Weglängen?
- Wie ist das Integral eines Vektorfeldes entlang einer Kurve definiert?

### 2. Gradientenfelder

- Charakterisieren Sie Gradientenfelder. (3 äquivalente Aussagen mit Beweisidee)
- Wie berechnet man ein Potential im Falle seiner Existenz?
- Was besagt das Lemma von Poincaré? (Beweisskizze) Geben Sie Beispiele wo das Lemma nicht anwendbar ist und (k)ein Potential existiert?
- Was denken Sie über Homotopie?

### 3. Integrationstheorie

- Was ist ein Mengerring über eine Menge und ein Prämaß?
- Beweisen Sie die Monotonie eines Prämaßes.
- Definieren Sie den Mengerring der Figuren und das Lebesgue Prämaß.
- Was ist eine Nullmenge? Zeigen Sie, dass eine abzählbare Vereinigungen von Nullmengen wieder eine Nullmenge ist.
- Was sind Elementarfunktionen bezüglich eines Mengerrings und eines Prämaßes? Wie wird das Integral über Elementarfunktionen definiert und welche Eigenschaften hat dieses Integral?
- Wann heißt eine Funktion integrierbar? Geben Sie Eigenschaften des Raumes der integrierbaren Funktionen an.
- Was besagt der Satz von Beppo Levi und der Satz von Lebesgue?
- Was ist eine  $\sigma$ -Algebra und wann heißt eine Funktion messbar?
- Wie lautet der Satz von Fubini-Tonelli?

#### 4. Untermannigfaltigkeiten und Oberflächenintegrale

- Was ist eine Determinante und wie hängen Determinanten und Volumina zusammen?
- Was ist eine reguläre Parameterdarstellung? Unter welchen Voraussetzungen sind Integrale von der Parameterdarstellung unabhängig?
- Wie ist das Oberflächenintegral definiert? Erläutern Sie den Begriff für Kurven und Graphen von Funktionen.
- Wie ist der Tangentialraum und Normalraum bezüglich einer Parametrisierung definiert? Erläutern Sie die Definition anschaulich.
- Charakterisieren Sie Untermannigfaltigkeiten der Dimension  $k$ . (Beweis) Geben Sie Beispiele. Definieren Sie den Begriff der Einbettung.
- Was denken Sie über den Tangential- und Normalraum von Untermannigfaltigkeiten?

#### 5. Integralsätze

- Was besagt der Satz von Stokes? Geben Sie die wesentlichen Beweisschritte an.
- Was besagt der Satz von Gauß? (Beweis)
- Wie lautet die Greensche Formel? (Beweis)
- Was besagt der Satz von Stokes in der Ebene? (Beweis) Geben Sie eine Folgerung für den Flächeninhalt an.

#### 6. Fourieranalysis

- Definieren Sie den Schwartzraum und die Fouriertransformation auf  $\mathbb{R}^n$ ? Diskutieren Sie grundlegende Eigenschaften.
- Geben Sie einen Fixpunkt der Fouriertransformation an. (Beweis für eindimensionalen Fall)
- Was sind die wesentlichen Schritte im Beweis der Bijektivität der Fouriertransformation auf dem Schwartzraum?
- Geben Sie Anwendungen für den Laplaceoperator an.