Sommersemester 2012 **Prof. Dr. D. Lenz**

Gewöhnliche Differentialgleichungen

Blatt 6 **Abgabe: Montag 16.07.2012**

(1) Zeigen Sie, dass das Anfangswertproblem

$$y' = \frac{y^3 e^x}{1+y^2} + x \sin y$$

mit $y(0) = 1$ genau eine Lösung auf $\mathbb{R}$ besitzt.

(2) Wenden Sie das Picard'sche Iterationsverfahren auf das AWP

$$y' = 2xy, \quad y(0) = y_0$$

an.

(3) Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$\begin{aligned} u'(t) &= u(t) + v(t) \\ v'(t) &= 4u(t) - 2v(t) \end{aligned}$$

zu den Anfangswerten $u(0) = 0$, $v(0) = 5$.

(4) Lösen Sie das Anfangswertproblem der Differentialgleichung

$$u'' - 4u = 0$$

zu den Anfangswerten $u(0) = 0$. $u'(0) = 1$.

Zusatzaufgaben:

(Z) Seien $g, h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ stetig, so dass für alle $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ gilt, dass

$$|h(x_1) - h(x_2)| \leq L|x_1 - x_2|$$

für ein $L > 0$. Seien weiterhin $y_1 < y_2$ die beiden einzigen Nullstellen von h. Zeigen Sie, dass eine maximale Lösung des Anfangswertproblems

$$y' = g(x)h(y), \quad y(x_0) = y_0$$

wobei $y_1 \leq y_0 \leq y_2$ auf ganz $\mathbb{R}$ definiert ist.