

## Gewöhnliche Differentialgleichungen

---

**Blatt 2****Abgabe: Montag 21.05.2012**

(1) Geben Sie die lokale Lösung für folgende Anfangswertprobleme an.

a.)  $y' = e^y \cdot \sin(x)$  mit  $y(\frac{\pi}{2}) = -2$ .

b.)  $y' = \frac{e^{-y^2}}{y \cdot (2x+x^2)}$  mit  $y(2) = 1$ .

(2) Skizzieren Sie das Richtungsfeld der folgenden Differentialgleichungen.

a.)  $y' = 1 - e^{-y^2}$ .

b.)  $y' = (y^2 + 1) \cdot x$ .

(3) Zu  $\alpha > 1$  sei das Anfangswertproblem  $y' = |y|^\alpha$  mit  $y(x_0) = y_0$  gegeben. Geben Sie die Lösungen auf dem größtmöglichen Intervall an. Vergleichen Sie mit dem Fall  $\alpha = 1$ .

(4) Geben Sie alle Lösungen der folgenden Differentialgleichung an:

$$y' = x \cdot y + 2 \cdot x.$$

**Zusatzaufgaben:**

Es seien  $I \subset \mathbb{R}$  ein Intervall,  $a, b : I \rightarrow \mathbb{R}$  stetige Funktionen und  $p \in \mathbb{R} \setminus \{0, 1\}$ . Zeigen Sie, dass die Bernoulli Differentialgleichung

$$y' = a(x)y + b(x)y^p$$

zu jedem Anfangspunkt  $(x_0, y_0)$  mit  $x_0 \in I$  und  $y_0 > 0$  eine auf einer Umgebung von  $x_0$  definierte Lösung besitzt.

Hinweis: Durch die Substitution  $z := y^{1-p}$  wird die Bernoulli Differentialgleichung auf eine inhomogene lineare Differentialgleichung zurückgeführt.