
Höhere Analysis I

Sommersemester 2016

Prof. Dr. D. Lenz

Blatt 1

Besprechung Dienstag 19.04.2016

(1) Geben Sie einen dicht definierten Operator T auf $\ell^2(\mathbb{N})$ an mit $D(T^*) = \{0\}$.

(2) Sei L^{per} im Hilbertraum $L^2([-\pi, \pi])$ definiert durch

$$D(L^{\text{per}}) = \{f \in C^2([-\pi, \pi]) : f(-\pi) = f(\pi) \text{ und } f'(-\pi) = f'(\pi)\}$$

$$L^{\text{per}} f = -f''.$$

Zeigen Sie, dass L^{per} wesentlich selbstadjungiert ist und bestimmen Sie sein Spektrum.

(3) Sei $\theta \in \mathbb{R}$ gegeben. Sei ∂_θ im Hilbertraum $L^2([0, 1])$ definiert durch

$$D(\partial_\theta) = \{f \in C^\infty([0, 1]) : f(1) = e^{i\theta} f(0)\}$$

$$\partial_\theta f = if'.$$

Zeigen Sie, dass ∂_θ symmetrisch ist. Bestimmen Sie die Eigenfunktionen und Eigenwerte von ∂_θ und zeigen Sie die wesentliche Selbstadjungiertheit von ∂_θ .

(4) (a) Sei T ein dicht definierter Operator und V ein beschränkter überall definierter Operator im selben Hilbertraum. Zeigen Sie $(T + V)^* = T^* + V^*$.

(b) Geben Sie ein Beispiel für dicht definierte Operatoren T, V im selben Hilbertraum, für die nicht gilt $(T + V)^* = T^* + V^*$.