Einstiegsfragen Analysis III

1. Kurven
    - Was ist eine Kurve und wann heißt eine Kurve rektifizierbar?
    - Was gilt für stückweise stetig differenzierbare Kurven? (mit Beweis)
    - Wann heißen zwei Kurven äquivalent und was gilt für die entsprechenden Weglängen?
    - Wie ist das Integral eines Vektorfeldes entlang einer Kurve definiert?
2. Gradientenfelder
    - Geben Sie eine Charakterisierung an? (3 äquivalente Aussagen mit Beweisidee)
    - Wie berechnet man ein Potential im Falle seiner Existenz?
    - Was besagt das Lemma von Poincaré? (Beweisskizze) Geben Sie Beispiele wo das Lemma nicht anwendbar ist und (k)ein Potential existiert?
    - Was denken Sie über Homotopie?
3. Untermannigfaltigkeiten und Oberflächenintergrale
    - Was ist eine Determinante und was ist die Beziehung zu Volumina?
    - Was ist eine reguläre Parameterdarstellung? Unter welchen Voraussetzungen sind Integrale von der Parameterdarstellung unabhängig?
    - Wie ist das Oberflächenintegral definiert? Erläutern Sie den Begriff für Kurven und Graphen von Funktionen.
    - Wie ist der Tangentialraum und Normalraum definiert bezüglich einer Parametrisierung? Erläutern Sie die Definition anschaulich.
    - Charakterisieren Sie den Begriff Untermannigfaltigkeit der Dimension k (mit Beweis). Geben Sie Beispiele.
    - Was denken Sie über den Tangential- und Normalraum von Untermannigfaltigkeiten?

4. Integralsätze
    - Was besagt der Satz von Stokes? Geben Sie die wesentlichen Beweisschritte an.
    - Was besagt der Satz von Gauß? Beweis.
    - Wie lautet die Greensche Formel? Beweis.
    - Was besagt der Satz von Stokes in der Ebene? Beweis. Geben Sie eine Folgerung für den Flächeninhalt an.
5. Fourieranalysis
    - Definieren Sie den Schwartzraum und die Fouriertransformation auf $\mathbb{R}^n$? Diskutieren Sie grundlegende Eigenschaften.
    - Geben Sie einen Fixpunkt der Fouriertransformation an. (Beweis für eindimensionalen Fall.)
    - Was sind Sie die wesentlichen Schritte im Beweis der die Bijektivität der Fouriertransformation auf dem Schwartzraum.
    - Geben Sie Anwendungen für den Laplaceoperator an.
    - Definieren Sie die Fourierkoeffizienten und die Fourierreihe einer Riemann-integrierbaren Funktionen. Unter welchen Vorrausetzungen und in welchem Sinne gilt Gleichheit der Fourierreihe mit der Funktion?
6. Hilberträume
    - Was ist ein Skalarprodukt und was ist ein Hilbertraum? Geben Sie (Gegen-)Beispiele.
    - Beweisen Sie die Cauchy-Schwarz-Bunyakowski Ungleichung.
    - Was besagt Polarisierung und die Parallelogrammidentität und was ist die jeweilige Bedeutung?
    - Wie transformiert man ein System linear unabhängiger Vektoren in ein Orthonormalsystem? (Beweis)
    - Formulieren und beweisen Sie den Approximationssatz.
    - Formulieren und beweisen Sie den Projektionssatz.
    - Sprechen Sie über die Entwicklung von Vektoren nach einem Orthonormalsystem.
    - Charakterisieren Sie den Begriff der Basis. (Beweis)

- Wie lassen sich orthogonale Projektionen auf abgeschlossene Unterräume darstellen? (Beweis)

7. Die Wärmeleitungsgleichung

   - Lösen Sie die Wärmeleitungsgleichung auf $\mathbb{R}^N$. Nennen Sie die wesentlichen Beweisschritte.
   - Was bedeutet $e^{t\Delta}f$ für ein f aus dem Schwartzraum?
   - Diskutieren Sie die Wärmeleitungsgleichung auf einem Würfel mit periodischen und Dirichlet-Randbedingungen.

8. Die Wellengleichung

   - Lösen Sie die Wellengleichung auf $\mathbb{R}^N$. Nennen Sie die wesentlichen Beweisschritte.