Wintersemester 2015/16 **Prof. Dr. D. Lenz**

Höhere Analysis II

Blatt 9 **Zur Besprechung in der Übung am 19.01.2016**

(1) Sei X ein kompakter Hausdorffraum und $\Lambda\colon C(X) \longrightarrow \mathbb{K}$ stetiges, lineares Funktional mit $\Lambda(1) = \|\Lambda\|$. Zeigen Sie, dass Λ positiv ist.

(2) Sei $(X, \mathcal{B})$ ein messbarer Raum und $M(X)$ der Raum aller komplexen Maße auf $(X, \mathcal{B})$ mit der Variationsnorm $\|\mu\| = |\mu|(X)$. Zeigen Sie, dass $(M(X), \|\cdot\|)$ ein Banachraum ist.

(3) Sei $(X, \mathcal{B})$ ein messbarer Raum, seien ν_i endliche positive Maße auf $(X, \mathcal{B})$ und $h_i\colon X \longrightarrow \mathbb{C}$ messbare Funktionen mit $|h_i| = 1$ ν_i-fast überall für $i \in \{1, 2\}$.

Zeigen Sie: Falls $h_1\nu_1 = h_2\nu_2$, dann ist $\nu_1 = \nu_2$ und $h_1 = h_2$ ν_1-fast überall.

(4) Sei X ein lokalkompakter Hausdorffraum und $\Lambda\colon C_0(X) \longrightarrow \mathbb{C}$ ein stetiges, lineares Funktional. Zeigen Sie, dass ein komplexes Maß μ auf X existiert, sodass

$$\Lambda(f) = \int_X f \, d\mu$$

für alle $f \in C_0(X)$ gilt.

Hinweis: Betrachten Sie die Einpunkt-Kompaktifizierung von X.