Analysis II

Sommersemester 2011 **Prof. Dr. D. Lenz**

Blatt 10 **Abgabe Mittwoch 15.06.2011**

(1) Man berechne die Ableitung $D\phi$ der Funktion $\phi : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \phi(t) = f(u(t), v(t))$ für die folgenden beiden Fälle zuerst direkt, dann mittels der Kettenregel:

a.) $f(u,v) \;=\; u^2 \;+\; v^2$ mit $u(t) = 1/t, \;\; v(t) = t^2, \quad (t \neq 0)$

b.) $f(u,v) \;=\; uv^2$ mit $u(t) = \cos t, \;\; v(t) = \sin t.$

(2) Sei $\Delta \subset \mathbb{R}^2$ das Dreieck, das durch $x = 0, y = 0$ und $x + y = 6$ begrenzt wird. Sei $w : \Delta \to \mathbb{R}$ gegeben durch $w(x,y) \;=\; x^2y(4-x-y)$. Bestimmen Sie die lokalen und globalen Extrema von w.

(3) Sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, gegeben durch $f(x,y) = x^3 + y^2 - 3x - 2y$. Bestimmen Sie die lokalen Extrema von f.

(4) Man bestimme das Taylorpolynom 2. Grades von

$$g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \quad g(x,y) \;=\; \cos xy \;+\; xe^{y-1},$$

an der Stelle $(x,y) = (\pi, 1)$.

Zusatzaufgabe

Sei $U \subset \mathbb{R}^N, \; x_0 \in U$ und $f, g : U \to \mathbb{R}$. Sei f in x_0 stetig und g in x_0 differenzierbar und $g(x_0) = 0$. Zeigen Sie dass, wenn $g(x_0) = 0$, dann existiert $D(fg)(x_0)$ und hat den Wert $f(x_0)Dg(x_0)$.