**Sommersemester 2012** **Prof. Dr. D. Lenz**

# Gewöhnliche Differentialgleichungen

---

**Blatt 3** **Abgabe: Montag 04.06.2012**

(1) Geben Sie eine lokale Lösung für folgende Anfangswertprobleme an.

a.) $y' = x^2 \cdot y^2 + x^2$ mit $y(1) = 0$.

b.) $y' = x \cdot y$ mit $y(\sqrt{2}) = 1$.

(2) Geben Sie die allgemeine Lösung des Anfangswertproblems der folgenden Differentialgleichungen mit Anfangswerten $y(x_0) = y_0$ an.

a.) $y' = 2y + x^2 \cdot e^{2x}$.

b.) $y' = -2y + x$.

(3) Finden Sie eine Lösung der folgenden Differentialgleichung.

$$y' = (x - y)^2 + 1.$$

(4) Seien $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ drei Lösungen der linearen Differentialgleichung

$$y' = g(x) \cdot y + h(x)$$

auf dem Intervall $I$, wobei $g(x)$ und $h(x)$ stetig auf $I$ sind. Ferner sei ein $z \in I$ gegeben und $\eta_k = \varphi_k(z)$ für $k = 1, 2, 3$. Zeigen Sie, dass dann der Quotient

$$\frac{\varphi_3(x) - \varphi_2(x)}{\varphi_2(x) - \varphi_1(x)} = \frac{\eta_3 - \eta_2}{\eta_2 - \eta_1}$$

konstant ist für beliebige $x \in I$. Deuten Sie die Aussage geometrisch.

**Zusatzaufgaben:**

(ZA1) Lösen Sie folgende Differentialgleichung

$$y' = 2 - 2 \cdot x \cdot y + y^2.$$

(Hinweis: Finden Sie eine spezielle Lösung $\varphi$ und substituieren Sie mit $z := y - \varphi$.)