

**Gewöhnliche Differentialgleichungen**  
**Übungsserie 1**

Abgabe am 25.04.2019 vor der Vorlesung

---

**Aufgabe 1**

Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme:

- a)  $y' = ax + b$  mit  $y(0) = 1$ , wobei  $a, b \in \mathbb{R}$  gegeben sind.
- b)  $y' = x \cdot \sin(ax)$  mit  $y(\frac{\pi}{a}) = 0$ , wobei  $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$  gegeben ist.
- c)  $y' = e^x(x^2 + 1)$  mit  $y(1) = 42$ .

**Aufgabe 2**

Skizzieren Sie das Vektorfeld der folgenden Differentialgleichungen:

- a)  $y' = 1$
- b)  $y' = 1 - \exp(-y^2)$
- c)  $y' = (y^2 + 1)y$

**Aufgabe 3**

Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme:

- a)  $y' = e^{-y}$  mit  $y(1) = 1$ .
- b)  $y' = \cos^2(y) - 1$  mit  $y(\pi) = 2\pi$ .

**Aufgabe 4**

Zeigen Sie, dass  $y' = |y|^{2/3}$  mit  $y(1) = 0$  unendlich viele Lösungen hat. Skizzieren Sie die Lösungsschar.

**Zusatzaufgabe**

Ein Tank enthält 1000 Liter Wasser, in dem anfänglich 50 Kilogramm eines Salzes gelöst seien. Pro Minute mögen 2 Liter der Salzlösung aus dem Tank auslaufen und 2 Liter reinen Wassers zulaufen, die sich sofort und vollständig mit der vorhandenen Salzlösung vermischen. Wie viel Kilogramm Salz sind  $t$  Minuten nach Beginn des Auslaufens noch im Tank vorhanden?