Analysis I

Wintersemester 2016/2017 **Prof. Dr. D. Lenz**

Blatt 2 **Abgabe: 01.11.2016 bis 16 Uhr im Sekretariat Analysis Zimmer 3505 im 5. Stock Ernst-Abbe-Platz 2**

(1) Sei X eine Menge. Weiterhin sei A eine nichtleere Menge und zu jedem $\alpha \in A$ sei eine Menge X_α gegeben. Beweisen Sie die folgenden Identitäten:

$$X \setminus \bigcup_{\alpha \in A} X_\alpha = \bigcap_{\alpha \in A} X \setminus X_\alpha \text{ und } X \setminus \bigcap_{\alpha \in A} X_\alpha = \bigcup_{\alpha \in A} X \setminus X_\alpha .$$

(2) Gegeben seien die Mengen $N_1 = \{e, \circ\}$ und $N_2 = \{e, \circ, \triangleleft\}$. Zeigen Sie, dass es für $i = 1, 2$ eine injektive Abbildung $s_i : N_i \to N_i$ gibt, so dass gilt:

Ist M eine Teilmenge von N_i mit $e \in M$ und $s_i(n) \in M$ falls $n \in M$, so gilt $M = N_i$.

(3) Es genüge (N, e, ν) den Peano Axiomen. Seien A_n, $n \in N$, die eindeutig bestimmten Teilmengen von N, für die gilt $A_e = \{e\}$ und $A_{\nu(n)} = A_n \cup \{\nu(n)\}$. Zeigen Sie:

(a) Durch

$$x \leq y :\Longleftrightarrow A_x \subseteq A_y$$

ist eine Ordnungsrelation auf N definiert.

(b) Für alle $x \in N$ gilt $A_x = \{n \in N \mid n \leq x\}$.

(c) N ist total geordnet bezüglich $\leq$.

Hinweis: Zeigen Sie zunächst, dass die Menge

$$L := \{n \in N \mid \text{das einzige } x \in A_n \text{ mit } \nu(x) \notin A_n \text{ ist } n\}$$

induktiv ist. Verwenden Sie dies zum Beweis der Aussage.

(4) Es gelten die Bezeichnungen von Aufgabe 3. Seien $x, y \in N$. Zeigen Sie: Ist $x \neq y$, so gibt es keine bijektive Abbildung von A_x nach A_y.

Zusatzaufgabe: Lernen Sie das griechische Alphabet auswendig.

A	α	Alpha	N	ν	Ny
B	β	Beta	Ξ	ξ	Xi
Γ	γ	Gamma	O	o	Omikron
Δ	δ	Delta	Π	π	Pi
E	ε	Epsilon	P	ρ, ϱ	Rho
Z	ζ	Zeta	Σ	σ, ς	Sigma
H	η	Eta	T	τ	Tau
Θ	θ, ϑ	Theta	Y	υ	Ypsilon
I	ι	Jota	Φ	ϕ, φ	Phi
K	κ	Kappa	X	χ	Chi
Λ	λ	Lambda	Ψ	ψ	Psi
M	μ	My	Ω	ω	Omega

Verinnerlichen Sie insbesondere den Unterschied von ϕ und ψ bzw. χ und ξ. Schreiben Sie den folgenden Satz mit griechischen Buchstaben: “Max gibt Fips aus Flachs einen Klapps.“

Für den zweiten Teil der Zusatzaufgabe gibt es einmalig 3 Punkte.