Analysis I

Wintersemester 2010/2011 **Prof. Dr. D. Lenz**

Blatt 13 **Abgabe 10.03.2011**

(1) Sei I ein Intervall in $\mathbb{R}$ und $f : I \longrightarrow \mathbb{R}$ differenzierbar. Zeigen Sie, dass $f'(I)$ ein Intervall ist.

(2) Sei I ein offenes Intervall in $\mathbb{R}$ und $f : I \longrightarrow \mathbb{R}$ konvex. Zeigen Sie, dass f stetig ist. Gilt Stetigkeit auch, wenn I nicht als offen vorausgesetzt wird?

(3) Berechnen Sie das Integral über die Exponentialfunktion über $[a, b]$ mittels Riemann-summen.

(4) Berechnen Sie die Grenzwerte

(a) $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{\ln x}{e^x}$

(b) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{x - \ln x}{x}$

(c) $\lim\limits_{x\to 1} \frac{1-x}{\ln x}$

(c) $\lim\limits_{x\to -\infty} \frac{e^x}{x \ln |x|}$

Zusatzaufgabe:

Die Funktion $f : [0, \infty) \longrightarrow \mathbb{R}$ erfülle die beiden folgenden Eigenschaften:

- Für jedes $p > 0$ existiert $\lim_{x\to\infty}(f(x+p) - f(x))$.
- Für jedes $n > 0$ ist die Einschränkung von f auf $[0, n]$ Riemann-integierbar und es gilt $\lim_{n\to\infty} \int_0^n |f(x)|dx < \infty$.

Zeigen Sie $\lim_{x\to\infty} f(x) = 0$.