

## Gewöhnliche Differentialgleichungen

---

**Blatt 1****Abgabe: Montag, 04.05.2015****Abgabe in der Übung oder im Sekretariat der Analysis, Ernst-Abbe-Platz 2, 5. Etage**

- (1) Lösen Sie das Anfangswertproblem:
- $y' = ax + b$ , mit  $y(0) = 1$ , wobei  $a, b \in \mathbb{R}$  gegeben sind.
  - $y' = x \cdot \sin(ax)$  mit  $y(\frac{\pi}{a}) = 0$ , wobei  $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$  gegeben ist.
  - $y' = e^x(x^2 + 1)$  mit  $y(1) = 42$ .
- (2) Ein Tank enthält 1000 Liter Wasser, in dem anfänglich 50 Kilogramm eines Salzes gelöst seien. Pro Minute mögen 2 Liter der Salzlösungen aus dem Tank auslaufen und 2 Liter reinen Wassers zulaufen, die sich sofort und vollständig mit der vorhandenen Salzlösung vermischen. Wie viel Kilogramm Salz sind  $t$  Minuten nach Beginn des Auslaufens noch im Tank vorhanden?
- (3) Skizzieren Sie das Vektorfeld der folgenden Differentialgleichungen:
- $y' = 1$
  - $y' = 1 - \exp(-y^2)$
  - $y' = (y^2 + 1) \cdot y$
- (4) Stellen Sie zu folgenden gewöhnlichen Differentialgleichungen das äquivalente System erster Ordnung auf:
- $y'' = \frac{1}{2} y^2$
  - $y'' = \frac{1}{2} y^2 + 7x$
  - $y^{(4)} = \frac{1}{2} y^2 + \frac{1}{y^2 + 1}$

**Zusatzaufgabe:**

- (a) Zeigen Sie, dass die folgende Funktion nicht stetig ist:

$$f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} 2x \sin \frac{1}{x} - \cos \frac{1}{x} & : x \neq 0 \\ 0 & : x = 0 \end{cases}$$

- (b) Zeigen Sie, dass es eine differenzierbare Funktion  $\phi: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$  gibt, sodass  $\phi' = f$  gilt.