

Übungsaufgaben zur „Mathematik für Chemiker und Biogeowissenschaftler“

Übungsserie 3: Partialbruchzerlegung und Integration gebrochen rationaler Funktionen

1. Stellen Sie die folgenden gebrochen rationalen Funktionen als Summe eines Polynoms und einer echt gebrochen rationalen Funktion dar.

a) $f(x) = \frac{x^4 - 3x^2 + x - 1}{x^2 - 1} \quad (x \neq \pm 1)$

b) $f(x) = \frac{x^2 - 4x - 5}{x^2 + 4x + 4} \quad (x \neq -2) \quad (\star)$

c) $f(x) = \frac{x^4 + 1}{x^3 - x^2 + x - 1} \quad (x \neq 1)$

2. Führen Sie eine Partialbruchzerlegung der folgenden Funktionen durch.

a) $f(x) = \frac{x^2 + 15x + 8}{x^3 - 3x^2 - 9x - 5} \quad (x \neq -1, x \neq 5)$

b) $f(x) = \frac{x^3 - x^2 + 2x - 1}{x^3 - x^2 + x - 1} \quad (x \neq 1)$

3. Berechnen Sie folgende Integrale.

a) $\int \frac{2x - 1}{x^2 + 2x + 5} dx$

b) $\int \frac{3x^2 - 20x + 20}{(x - 2)^3(x - 4)} dx \quad (x \neq 2, x \neq 4)$

c) $\int \frac{3x^2 - 3x - 10}{x^3 - 5x^2 + 11x - 15} dx \quad (x \neq 3)$

d) $\int \frac{x^5 + 2x^4}{x^3 + 2x^2 + 2x + 1} dx \quad (x \neq -1) \quad (\star)$

Die mit (\star) gekennzeichneten Aufgaben sollten zu Hause bearbeitet und in den Übungen abgegeben werden.