October 14, 2016

HINWEISE ZUM VERFASSEN VON LÖSUNGEN VON ÜBUNGSAUFGABEN

DANIEL LENZ

Abstract. Wer die folgenden einfachen Regeln beachtet, vermeidet gefuehlte 64 % aller typischen Fehler in Lösungen von Übungsaufgaben.

Grundlegend

Die Lösung einer Übungsaufgabe ist in erster Linie ein **Text**. Die Lösung besteht daher aus **vollständigen** Sätzen. In diesen Sätzen können mathematische Ausdrücke vorkommen. Unter Umständen können auch mathematische Ausdrücke selber schon als eine Art Satz zählen. Wichtig sind dann die folgenden beiden Regeln:

- Die Ausdrücke müssen **Aussagen** beinhalten.
- Die Beziehung von Ausdrücken in aufeinander folgenden Zeilen muss klar gemacht werden.

Es folgen nun einige Beispiele und Bemerkungen zum obigen Text.

Erlaeuterung zum Konzept des 'Text'. Da es sich um einen Text handelt, gelten weiterhin die üblichen Regeln der Rechtschreibung und Zeichensetzung.

Beispiele für vollständige Sätze.

- 'Dieser Satz ist ein vollständiger Satz.'
- 'Dieser Satz ist ein unvollstaendiger Satz.'
- 'Dieser Satz ist sinnvoll.'
- 'Dieser Satz ist sinnlos.'

Beispiele für unvollständige Sätze.

- 'Dieser Satz ein vollständiger Satz.'
- 'Dieser Satz unvollstaendiger Satz.'
- 'ieser Satz ist sinnvoll.'
- 'Dieser Satz ist sinnlos'

Beispiele für Aussagen.

- '$(a + b) = 0$.' (Sinnvolle Aussage)
- '$(a + b)$ ist doof.' (Falsche Aussage ;-)
- '$(a + b)$ wohnt hier nicht zur Untermiete.' (Wahrscheinlich sinnlose Aussage)

Beispiele für Ausdrücke, die keine Aussagen sind.

- '$(a + b)$'
- '$(a + b)^2$'
- '$(a + b) - c$'

So nicht. Im folgenden findet sich ein Beispiel,
- in dem weder Ausagen stehen,
- noch die Beziehung zwischen den einzelnen Zeilen deutlich ist,
- noch Zeichensetzung beachtet ist:

$$\begin{gathered}(a+b)^2-b^2\\ a^2+2ab+b^2-b^2\\ a^2+2ab\\ a(a+2b)\\ a=0, a=-2b\end{gathered}$$

Da das Beispiel (bis auf die letzte Zeile) keine Aussagen enthält, ist es nicht einmal falsch.

Auch so nicht. In der folgenden Version finden sich zwar Verbindungen zwischen den Zeilen, was gut ist, aber die Ausdrücke jenseits der Implikationspfeile sind keine Aussagen.

$$\begin{aligned}&(a+b)^2-b^2\\ \Longrightarrow\quad &a^2+2ab+b^2-b^2\\ \Longrightarrow\quad &a^2+2ab\\ \Longrightarrow\quad &a(a+2b)\\ \Longrightarrow\quad &a=0, a=-2b\end{aligned}$$

Da hier an den entsprechenden Stellen keine Aussagen stehen, ist auch dieses Beispiel nicht einmal falsch.

So ist es besser. Im folgenden findet sich eine beispielhafte Behandlung:

Für die reellen Zahlen a und b gelte $(a+b)^2-b^2=0$. Dann liefert eine kurze Rechnung

$$\begin{aligned}0 &= (a+b)^2-b^2\\ (\text{Ausrechnen der Klammer}) &= a^2+2ab+b^2-b^2\\ (b^2-b^2=0) &= a^2+2ab\\ (\text{Ausklammern}) &= a(a+2b).\end{aligned}$$

Damit folgt dann aufgrund der Nullteilerfreiheit der reellen Zahlen

$$a=0 \text{ oder } a=-2b.$$

Tatsächlich findet man durch Einsetzen sowohl für $a=0$ als auch fuer $a=-2b$ die Gültigkeit von $0=(a+b)^2-b^2$.