

Warum Trainer zu früh entlassen werden

Stefan Ankirchner

October 29, 2020

Stellen Sie sich vor, ihre Lieblingsmannschaft ist gut in die Bundesligasaison gestartet. Gegen Ende der Hinrunde verliert ihre Mannschaft unerwartet 4 mal hintereinander. Jetzt steht zur Debatte, ob der Coach entlassen werden soll. Viele spekulieren, dass nach einer weiteren Niederlage der Coach gefeuert wird.

Sollte der Trainer nach einer weiteren Niederlage entlassen werden? Der Coach sollte entlassen werden, falls er Schuld an einem Einbruch des Leistungspotenzials trägt. Wie wir aus dem Beitrag vom 11.9. wissen, bedeutet eine Niederlage nicht unbedingt, dass die Mannschaft schlecht gespielt hat. Nicht selten verliert die bessere Mannschaft, weil sie einfach Pech hat (z.B. weil sie mehrmals knapp das Tor verfehlt). Inwieweit lässt sich eine Folge von mehreren aufeinanderfolgenden Niederlagen auf Zufall zurückführen? Um dies zu klären, führen wir wieder ein Gedankenexperiment durch.

Wir berechnen die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine Bundesligamannschaft im Laufe einer Saison 5 mal hintereinander nur durch Zufall verliert, und nicht weil sich das Leistungspotenzial verringert hat. Wir bestimmen diese Wahrscheinlichkeit für eine durchschnittlich starke Bundesligamannschaft. Wir nehmen dazu an, dass die Mannschaft jedes einzelne Spiel mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.4 gewinnt und mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.4 verliert. Mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.2 spielt die Mannschaft unentschieden.

Für die Berechnung der Wahrscheinlichkeit, dass die Mannschaft im Laufe der Saison 5 mal hintereinander verliert, müssen wir nicht zwischen einem Unentschieden und einem Sieg unterscheiden. Unsere Annahmen implizieren, dass die Mannschaft mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,6 nicht verliert. Wir beschreiben den Verlauf aller 34 Spiele der Saison mit Hilfe einer Folge der Buchstaben "V" und "N", wobei "V" für verloren steht und "N" für nicht verloren. Ein Beispiel für einen Saisonverlauf ist

VVNNVVNNVVNVNVNVVVVVNNNVNVNNNNNVN.

In diesem Beispiel verliert die Mannschaft im Laufe der Saison 5 Spiele hintereinander, nämlich das 15. bis 19. Spiel.

Wir berechnen nun die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Mannschaft im Laufe der Saison mind. 5 Spiele hintereinander verliert.

Dazu bezeichnen wir mit $C_n^k(x)$ die Menge der VN-Folgen der Länge n , für die gilt:

- 1) die Folge enthält genau k mal den Buchstaben V,
- 2) die längste Teilsequenz von aufeinanderfolgenden V hat höchstens die Länge x .

Wir bezeichnen mit $|C_n^k(x)|$ die Anzahl der Elemente in $C_n^k(x)$. Es gibt keine geschlossene Formel für $|C_n^k(x)|$. Allerdings lässt sich $|C_n^k(x)|$ rekursiv berechnen. Zunächst stellen wir fest: falls $k \leq x$, dann gilt $|C_n^k(x)| = \binom{n}{k}$; und falls $x < k = n$, dann gilt $|C_n^k(x)| = 0$. Wir betrachten nun den Fall $x < k < n$. Jede Folge in $C_n^k(x)$ beginnt mit N oder mit einer Sequenz von V höchstens der Länge x . Beachte: es gibt genau $|C_{n-1}^k(x)|$ Folgen in $C_n^k(x)$, die mit N starten. Es gibt $|C_{n-2}^{k-1}(x)|$ Folgen, die mit der Sequenz VN beginnen, $|C_{n-3}^{k-2}(x)|$ Folgen, die mit VVN beginnen, und so weiter. Es gilt somit folgende Rekursionsformel:

$$|C_n^k(x)| = |C_{n-1}^k(x)| + |C_{n-2}^{k-1}(x)| + \dots + |C_{n-x-1}^{k-x}(x)| = \sum_{j=0}^x |C_{n-1-j}^{k-j}(x)| \quad (1)$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass in einer VN-Folge der Länge n höchstens x mal hintereinander V auftaucht, ist

$$w(n, x) = \sum_{k=0}^n |C_n^k(x)| (0,4)^k (0,6)^{n-k}. \quad (2)$$

Die Werte $w(n, x)$ lassen sich mit Hilfe eines Computers unter Verwendung der Rekursionsformel (1) schnell berechnen. Für $n = 34$ und $x = 4$ erhält man $w(34, 4) \approx 0.82$. Die Wahrscheinlichkeit, dass die Mannschaft im Laufe der Saison mindestens 5 mal hintereinander verliert, ist somit gegeben durch

$$1 - w(34, 4) \approx 0.18.$$

Im Schnitt passiert es einer durchschnittlichen Mannschaft ungefähr alle 5 Jahre, dass sie aufgrund von Pech 5 Mal hintereinander verliert. Es ist also nicht unwahrscheinlich, dass eine Folge von Niederlagen nur am Zufall liegt. Man sollte deshalb den Trainer nicht nur deswegen feuern, weil die Mannschaft 5 Spiele hintereinander verliert.