

Übungsaufgaben zur „Mathematik für Chemiker und Biogeowissenschaftler“

Übungsserie 5: Matrizen, Determinanten und Gleichungssysteme

1. Gegeben seien die folgenden Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 2 & -4 \\ 2 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & -2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 1 & 0 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}, E = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -2 \\ -1 & -1 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

- Berechnen Sie $2A + 3B$, $(A + B)C$, CD^T , AB und BA . (★)
- Berechnen Sie die Determinanten von A, B, D und E .
- Berechnen Sie die inversen Matrizen von A, B und D .

2. Berechnen Sie alle Lösungen der folgenden Gleichungssysteme.

a) $2a + 5b + 7c = 0$

$$6a + 3b + 4c = 5 \quad (\star)$$

$$5a - 2b - 3c = 6$$

b) $-x + y + z = -4$

$$-5x + 21y + 17z = 10$$

$$6x - 26y - 21z = 9$$

c)
$$\begin{pmatrix} 2 & 4 & 2 \\ -1 & -2 & -1 \\ 1 & 5 & 3 \\ 8 & 1 & -2 \\ 2 & 7 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$$

d) $x_1 - x_2 + x_3 - 4x_4 = 3$

$$2x_1 - x_2 + 3x_3 - 7x_4 - 2x_5 = 3 \quad (\star)$$

$$3x_1 + x_2 + 7x_3 - 8x_4 - 8x_5 = 0$$

e)
$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & -1 \\ -1 & 1 & -2 & 3 \\ 3 & -1 & 1 & -2 \\ -2 & 3 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ u \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$$

f)
$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 7 & -3 & -10 \\ 1 & 2 & 4 & -1 & -6 \\ 1 & 3 & 5 & 0 & -8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 \\ -6 \\ -9 \end{pmatrix}$$

3. Entscheiden Sie, ob die folgenden Matrizen eine Drehung oder eine Spiegelung im \mathbb{R}^3 beschreiben.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Die mit (★) gekennzeichneten Aufgaben sollten zu Hause bearbeitet und in den Übungen abgegeben werden.