

Einstiegsfragen Gewöhnliche Differentialgleichungen

1. Was versteht man unter einer gewöhnlichen Differentialgleichung? Wie sind die Lösungen einer solchen definiert?
2. Wie kann eine gewöhnliche Differentialgleichung auf eine solche erster Ordnung reduziert werden? Wie hängen explizite gewöhnliche Differentialgleichungen erster Ordnung mit Integralgleichungen zusammen?
3. Was versteht man unter einer autonomen Differentialgleichung? Was ist das Richtungsfeld?
4. Wie funktioniert das Verfahren der Trennung der Variablen?
5. Was versteht man unter einer exakten Differentialgleichung? Wie kann sie gelöst werden?
6. Geben Sie Beispiele für gewöhnliche Differentialgleichungen auf \mathbb{R} , deren Lösungen nicht eindeutig sind beziehungsweise nicht auf ganz \mathbb{R} existieren.
7. Was besagt der Peanosche Existenzsatz? Was sind maximale Lösungen und wie lassen diese sich charakterisieren?
8. Was besagt der bekannte Eindeigkeitsatz für Lösungen? Welche wichtige Eigenschaft spielt dabei eine Rolle?
9. Erläutern Sie das Verfahren von Picard/Lindelöf.
10. Welche Struktur hat die Menge der Lösungen einer linearen homogenen Differentialgleichung erster Ordnung. Welche Rolle spielen Fundamentalsysteme in diesem Zusammenhang? Wie ist die Lösungsmatrix definiert? Wie ergeben sich die Lösungen mit ihrer Hilfe?
11. In welchem Verhältnis stehen die Lösungen der inhomogenen linearen Differentialgleichungen zu denen der entsprechenden homogenen Differentialgleichung?
12. Geben Sie die Lösungsmatrix einer linearen Differentialgleichung der Form $y_0 = Ay$ mit konstantem A an. Wie kann man sie für diagonalisierbare A beziehungsweise für beliebige A berechnen?