

## Gewöhnliche Differentialgleichungen

---

**Sommerzettel****Abgabe: Donnerstag, 16.07.2015**

- (1) Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$\begin{aligned}u'(t) &= u(t) + v(t) \\v'(t) &= 4u(t) - 2v(t)\end{aligned}$$

zu den Anfangswerten  $u(0) = 0$ ,  $v(0) = 5$ .

- (2) Lösen Sie das Anfangswertproblem der Differentialgleichung

$$u''(t) - 4u(t) = 0$$

zu den Anfangswerten  $u(0) = 0$ ,  $u'(0) = 1$ .

- (3) Lösen Sie das folgende Anfangswertproblem, das einen gedämpften harmonischen Oszillator beschreibt:

$$u''(t) + 2\gamma u'(t) + \omega_0^2 u(t) = 0, \quad u(0) = 0, \quad u'(0) = v_0$$

für  $\gamma, \omega_0 \geq 0$ ,  $v_0 \in \mathbb{R}$ .

Unterscheiden Sie dabei die drei Fälle  $\gamma < \omega_0$  (starke Dämpfung),  $\gamma > \omega_0$  (schwache Dämpfung) und  $\gamma = \omega_0$  (aperiodischer Grenzfall).

- (4) Zeigen Sie, dass für alle  $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$  gilt

$$\det e^A = e^{\operatorname{tr} A}.$$