Höhere Analysis II

Wintersemester 2018/2019 **Prof. Dr. D. Lenz**

Blatt 5 **Abgabe Donnerstag 22.11.2018**

(1) Sei (δ_n) eine δ-Folge in $\mathbb{R}^N$ mit supp $\delta_n \subset B_{1/n}(0)$. Sei $f \in L^1(\mathbb{R}^N, \lambda)$ gegeben. Zeigen Sie, daß $\delta_n * f$ für jedes $n \in \mathbb{N}$ zu $L^1(\mathbb{R}^N, \lambda)$ gehört und

$$\delta_n * f \to f, n \to \infty,$$

in $L^1(\mathbb{R}^N, \lambda)$ gilt.

(2) Sei der Operator T gegeben durch

$$T : \mathcal{S}(\mathbb{R}) \subset L^2(\mathbb{R}) \longrightarrow L^2(\mathbb{R}), f \mapsto if'.$$

Zeigen Sie $T \subset T^*$.

(3) (a) Zeigen Sie, daß es in $L^2(\mathbb{R}^N, \lambda)$ genau eine selbstadjungierte Fortsetzung von $\Delta : \mathcal{S}(\mathbb{R}^N) \longrightarrow \mathcal{S}(\mathbb{R}^N)$ gibt.

(b) Zeigen Sie, daß es in $L^2(\mathbb{R}^N, \lambda)$ genau eine selbstadjungierte Fortsetzung von $\Delta : C_c^\infty(\mathbb{R}^N) \longrightarrow C_c^\infty(\mathbb{R}^N)$ gibt.

(4) Sei $\varphi : \mathbb{N}^2 \longrightarrow \mathbb{N}$ eine Bijektion. Der Operator T in $\ell^2(\mathbb{N})$ sei definiert durch

$$D(T) = C_c, \;\; (Tx)_j = \sum_{k=1}^{\infty} x_{\varphi(j,k)}.$$

Zeigen Sie, daß $D(T^*) = \{0\}$ gilt.