

Gewöhnliche Differentialgleichungen

Blatt 1**Abgabe: Donnerstag 22.4.2010**

(1) Lösen Sie das Anfangswertproblem:

a.) $y' = ax + b$, mit $y(0) = 1$, wobei $a, b \in \mathbb{R}$ gegeben sind.

b.) $y' = e^{-y}$, mit $y(1) = 1$.

(2) Zeigen Sie, dass $y' = y^{2/3}$, mit $y(1) = 0$ unendlich viele Lösungen hat.

(Hinweis: Zeichnen Sie das Richtungsfeld für $y = 0$.)

(3) Skizzieren Sie das Richtungsfeld der folgenden Differentialgleichungen:

a.)

$$y' = 1 - \exp(-y^2)$$

b.)

$$y' = (y^2 + 1) \cdot x$$

(4) Zu $\alpha > 1$ sei das AWP $y' = y^\alpha$, mit $y(x_0) = y_0$ gegeben. Geben Sie die maximale Lösung an und vergleichen Sie mit dem Fall $\alpha = 1$.

Zusatzaufgaben:

1. Lösen Sie das Anfangswertproblem:

a.) Sei $a, b \in \mathbb{R}$. $y' = ax + b$, mit $y_0 = 1 + \frac{1}{2}ax_0^2 + bx_0$.

b.) Sei $c > 0$. $y' = cxy^2$, mit $y(0) = 1$.

c.) Sei $d > 0$. $y' = -dy + \exp(-x)$, mit $y(0) = 1$.

d.) $y' = 1/\log y$, mit $y(3(\log(3) - 1)) = 3$.

(2) Zeigen Sie, dass $y' = \sqrt{y}$, mit $y(0) = 0$ unendlich viele Lösungen hat.

(Hinweis: Zeichnen Sie das Richtungsfeld für $y = 0$.)

3. Skizzieren Sie das Richtungsfeld der folgenden Differentialgleichungen:

a.)

$$y' = x + 1$$

b.)

$$y' = \arctan(y)$$

4. Zu $a > 0$ sei das AWP

$$y' = \frac{1}{y^a}, \quad \text{mit } y(0) = 1$$

gegeben. Geben Sie die maximale Lösung an.